www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۳۰ : ۱۰** صبح	مدت امتحان : **۱۲۰** دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۵ / ۱۰ / ۱۳۸۶**	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی ماه** سال **۱۳۸۶**		**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استفاده از اصل استقرا ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n داریم : $\frac{۱}{۱\times۴}+\frac{۱}{۴\times۷}+.....+\frac{۱}{(۳n-۲)(۳n+۱)}=\frac{n}{۳n+۱}$	۱/۷۵
۲	با استدلال استنتاجی ثابت کنید اگر ۳ واحد به سه برابر عددی فرد اضافه کنیم عدد حاصل مضرب ۶ می باشد .	۱
۳	آیا حکم مقابل برقرار است ؟ چرا ؟ اگر $(a-۱)(b-۱)=۰$ آنگاه $a=۱$ و $b=۱$ می باشد .	۰/۷۵
۴	دبیرستانی ۴۰۰ دانش آموز دارد حداقل چند نفر وجود دارند که روز تولدشان در هفته یکسان است ؟	۱
۵	می دانیم $\sqrt{۷}$ عدد گنگ است ، با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $\sqrt{۳+\sqrt{۷}}$ عددی گنگ است .	۱
۶	مجموعه مقابل را بصورت گزاره نما بنویسید . $A=\{۰،۳،۸،۱۵،۲۴,...\}$	۰/۵
۷	به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید : $(A-B')\cup B=B$	۱
۸	رابطه R در مجموعه ی $R^۲$ به صورت مقابل تعریف می شود : $xRy \Leftrightarrow \sqrt[۳]{x}+y=\sqrt[۳]{y}+x$ ثابت کنید R یک رابطه ی هم ارزی است .	۱/۵
۹	اگر $A=\{x \mid x\in N, x^۳<۱۰\}$ و $B=\{۲x+۱ \mid x\in z \mid x\mid\leq ۱\}$ دو مجموعه باشند الف) مجموعه های A و B را بصورت اعضاء بنویسید . ب) مجموعه $B\times A$ را مشخص کنید .	۱/۵
۱۰	x و y را چنان بیابید تا دو زوج مرتب $(x^۲-y^۲,۸)$ و $(۱۶,x+y)$ مساوی باشند .	۱
۱۱	هر یک از اعداد فرد طبیعی کوچک تر از ۱۸را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت ها به طور قرعه کارتی را بر می داریم . مطلوبست تعیین : الف) فضای نمونه ای ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت مضرب ۳ باشد . ج) پیشامد B که در آن عدد روی کارت مجذور کامل باشد . د) پیشامد $A-B$	۲
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۳۰ : ۱۰** صبح	مدت امتحان : **۱۲۰** دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۵ / ۱۰ / ۱۳۸۶**	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی ماه** سال **۱۳۸۶**		**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۲	از یک سبد محتوی ۳ سیب فاسد و ۵ سیب سالم به تصادف ۲ سیب بیرون می آوریم ، احتمال آن را بیابید که : الف) هر دو سالم باشند . ب) هر دو از یک نوع نباشند .	۱/۵
۱۳	سه دونده c,b,a مسابقه می دهند . اگر شانس برنده شدن a سه برابر شانس برنده شدن b و شانس برنده شدن b نصف شانس برنده شدن c باشد ، احتمال این که a برنده نشود چقدر است ؟	۱/۷۵
۱۴	برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S ثابت کنید : $p(A'\cap B')-p(A\cap B)=1-p(A)-p(B)$	۱/۵
۱۵	سکه ای به شعاع یک سانتی متر را داخل مربعی به ضلع ۵ سانتی متر می اندازیم . احتمال آن را بیابید که سکه کاملاً داخل مربع قرار گیرد .	۱/۲۵
۱۶	تاسی را ۵ بار پرتاب می کنیم احتمال آن که سه بار عدد زوج بیاید چقدر است ؟	۱
	« موفق باشید » جمع نمره	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: **جبر واحتمال**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع:
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۳۸۶ / ۱۰ / ۱۵**
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی ماه** سال **۱۳۸۶**		**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$P(۱): \frac{۱}{۱\times ۴} = \frac{۱}{۳(۱)+۱} \to \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۴}$ (۰/۲۵) $P(k): \frac{۱}{۱\times ۴} + \frac{۱}{۴\times ۷} + \dots + \frac{۱}{(۳k-۲)(۳k+۱)} = \frac{k}{۳K+۱}$ (۰/۲۵) $P(k+۱): \frac{۱}{۱\times ۴} + \frac{۱}{۴\times ۷} + \dots + \frac{۱}{(۳k+۱)(۳k+۴)} = \frac{k+۱}{۳K+۴}$ (۰/۲۵) **به طرفین فرض جمله ی $(K+۱)$ ام را اضافه می کنیم** (۰/۲۵) $\frac{۱}{۱\times ۴} + \frac{۱}{۴\times ۷} + \dots + \frac{۱}{(۳k+۱)(۳k+۴)} = \frac{k}{۳K+۱} + \underset{(۰/۲۵)}{\frac{۱}{(۳k+۱)(۳k+۴)}} =$ $\frac{۳k^۲+۷k+۱}{(۳k+۱)(۳k+۴)} = \frac{(۳k+۱)(k+۱)}{(۳k+۱)(۳k+۴)} = \frac{k+۱}{۳k+۴}$ (۰/۵)	۱/۷۵
۲	$x = ۲k+۱$ (۰/۲۵) $۳x+۳ = \underset{(۰/۲۵)}{۳(۲k+۱)} + ۳ = \underset{(۰/۲۵)}{۶k+۶} = ۶(k+۱) = ۶t$ (۰/۲۵)	۱
۳	**راه حل اول : با مثال نقض حل می کنیم :** **اگر** $\underset{(۰/۵)}{a=۱}$, $b=۰ \to (a-۱)(b-۱) = \underset{(۰/۲۵)}{(۱-۱)(۰-۱)} = ۰$ **راه حل دوم:** $(a-۱)(b-۱) = ۰ \to \begin{cases} a-۱=۰ \\ \text{یا} \\ b-۱=۰ \end{cases}$ (۰/۲۵) $\to a=۱$ **یا** $b=۱$ (۰/۵)	۰/۷۵
۴	**طبق اصل لانه کبوتری ۴۰۰ نفر را تعداد کبوترها و ۷ روز هفته را تعداد لانه ها در نظر می گیریم** (۰/۲۵) **کبوتر** $m = ۴۰۰$ $۴۰۰ \,\underline{\vert\, ۷}$ ، ۵۷ ، $\underline{\ }$ ۱ (۰/۲۵) $\to ۵۷+۱ = ۵۸$ نفر (۰/۵) **لانه** $n = ۷$	۱
۵	**اگر** $\sqrt{۳+\sqrt{۷}} \notin Q'$ (۰/۲۵) $\to \sqrt{۳+\sqrt{۷}} \in Q \to \sqrt{۳+\sqrt{۷}} = \frac{a}{b}$ $(a,b)=۱$ (۰/۲۵) $\underset{(۰/۲۵)}{۳+\sqrt{۷}} = \frac{a^۲}{b^۲} \to \sqrt{۷} = \frac{a^۲}{b^۲} - ۳$ **تناقض** (۰/۲۵) **گویا = گنگ**	۱
۶	$A = \{X^۲ - ۱ \mid X \in N\}$ (۰/۵)	۰/۵
۷	$(A-B') \cup B = \overset{(۰/۵)}{(A \cap B)} \cup B = B$ (۰/۲۵) **می دانیم** $\underset{(۰/۲۵)}{A \cap B} \subset B$	۱
	« ادامه در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: **جبر واحتمال**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع:
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۳۸۶ / ۱۰ / ۱۵**
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی ماه** سال **۱۳۸۶**		**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

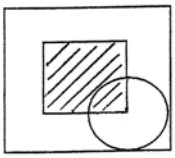
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	$xRx \to \sqrt[3]{x}+x=\sqrt[3]{x}+x \quad (۰/۲۵)$ $xRy \to \sqrt[3]{x}+y=\sqrt[3]{y}+x \to \sqrt[3]{y}+x=\sqrt[3]{x}+y \to yRx (۰/۵)$ $\left\{\begin{array}{l} xRy \\ , \quad \sqrt[3]{x}+y=\sqrt[3]{y}+x \\ \quad\ \sqrt[3]{y}+z=\sqrt[3]{z}+y \\ yRz \end{array}\right\}$ $\sqrt[3]{x}+y+\sqrt[3]{y}+z=\sqrt[3]{y}+x+\sqrt[3]{z}+y \to \sqrt[3]{x}+z=\sqrt[3]{z}+x \to xRz (۰/۵)$ **چون سه شرط بازتابی ، تقارنی و تعدی را دارد پس هم ارزی است .** (۰/۲۵)	۱/۵
۹	**الف)** $A=\{۱,۲\}$ (۰/۲۵) $B=\{-۱,۱,۳\}$ (۰/۵) **ب)** $B\times A=\{(-۱,۱),(-۱,۲),(۱,۱),(۱,۲),(۳,۱),(۳,۲)\}$ (۰/۷۵)	۱/۵
۱۰	$(x^۲-y^۲,۸)=(۱۶,x+y) \to \begin{cases} x^۲-y^۲=۱۶ \\ x+y=۸ \end{cases}$ (۰/۲۵) $\quad \begin{cases} (x-y)(x+y)=۱۶ \\ x+y=۸ \end{cases}$ $\begin{cases} x-y=۲ \\ x+y=۸ \end{cases} \to x=۵ \ (۰/۲۵) \ , \ y=۳ \ (۰/۲۵)$	۱
۱۱	**الف)** $S=\{۱,۳,۵,۷,۹,۱۱,۱۳,۱۵,۱۷\}$ (۰/۵) **ب)** $A=\{۳,۹,۱۵\}$ (۰/۵) **ج)** $B=\{۱,۹\}$ (۰/۵) **د)** $A-B=\{۳,۱۵\}$ (۰/۵)	۲
۱۲	**الف)** $P(A)=\dfrac{\binom{۵}{۲}}{\binom{۸}{۲}}=\dfrac{۱۰}{۲۸}=\dfrac{۵}{۱۴}$ (۰/۷۵) **ب)** $P(B)=\dfrac{\binom{۵}{۱}\binom{۳}{۱}}{\binom{۸}{۲}}=\dfrac{۵\times۳}{۲۸}=\dfrac{۱۵}{۲۸}$ (۰/۷۵)	۱/۵
	« ادامه در صفحه ی سوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: **جبر واحتمال**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع:
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۳۸۶ / ۱۰ / ۱۵**
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی ماه** سال **۱۳۸۶**		**اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	$p(a) = ۳p(b)$ (۰/۲۵) $p(b) = \frac{۱}{۲}p(c) \rightarrow ۲p(b) = p(c)$ (۰/۲۵) $p(a) + p(b) + p(c) = ۱$ (۰/۲۵) $۳p(b) + p(b) + ۲p(b) = ۱$ (۰/۲۵) $\rightarrow p(b) = \frac{۱}{۶}$ (۰/۲۵) $p(a) = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵) $p(a') = ۱ - \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵)	۱/۷۵
۱۴	$p(A' \cap B') - p(A \cap B) = p(A \cup B)' - p(A \cap B)$ (۰/۵) $= ۱ - p(A \cup B) - p(A \cap B)$ (۰/۵) $= ۱ - p(A) - p(B) + p(A \cap B) - p(A \cap B)$ (۰/۲۵) $= ۱ - p(A) - p(B)$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۵	$a_s = a^۲ = ۵^۲ = ۲۵$ (۰/۲۵) $a_A = a^۲ = ۳^۲ = ۹$ (۰/۲۵) $P(A) = \frac{a_A}{a_s} = \frac{۹}{۲۵}$ (۰/۵)  (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱۶	**احتمال زوج آمدن یک بار پرتاب تاس** $P(A) = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵) $P(B) = \frac{\binom{۵}{۳}}{۲^۵} = \frac{۱۰}{۳۲} = \frac{۵}{۱۶}$ (۰/۲۵) (۰/۵)	۱
	جمع نمره	۲۰

مصححین محترم به راه حل های درست دیگر بارم را منظور فرمایید

www.alm.loxblog.com